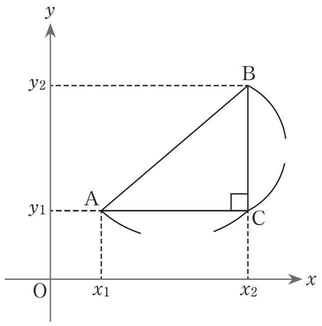
PART2 座標平面上の点

要点① 座標平面上の２点間の距離

座標平面上の２点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ 間の距離 AB を求める。

直線 AB が座標軸に平行でないとき，右図のような直角三角形 ABC において



$$AC=\qquad\quad,\quad BC=\qquad\quad$$

三平方の定理により $AB^2=AC^2+BC^2$ であるから

$$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}$$
$$=\sqrt{\qquad^2+\qquad^2}$$
$$=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

この式は，直線 AB が座標軸のいずれかに平行な場合も成り立つ。

よって，次のことが成り立つ。

座標平面上の２点間の距離

２点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ 間の距離は

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

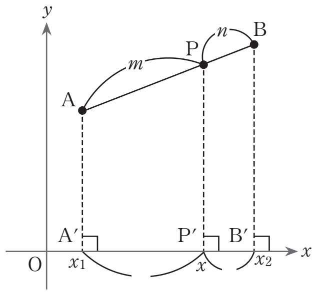
とくに，原点 O と $A(x_1,\ y_1)$ の距離は　　$OA=\sqrt{x_1{}^2+y_1{}^2}$

例　２点 $A(3,\ 2)$，$B(1,\ -1)$ について

$$AB=\sqrt{(\qquad)^2+(\qquad\quad)^2}=\sqrt{\quad^2+\quad^2}=\sqrt{13}$$
$$OB=\sqrt{\quad^2+(\qquad)^2}=\sqrt{\quad^2+\quad^2}=\sqrt{2}$$

要点② 座標平面上の内分点・外分点

座標平面上の２点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点を $P(x,\ y)$ とする。



直線 AB が x 軸に垂直でないとき，点 A，B，P から x 軸にそれぞれ垂線 AA′，BB′，PP′ を下ろすと

$$A'P':P'B'=AP:PB=m:n$$

である。よって，数直線上の内分点の公式から

$$x=\frac{\qquad+\qquad}{\qquad+\qquad}$$

である。このことは，直線 AB が x 軸に垂直であるときも成り立つ。

同様に，$y=\dfrac{ny_1+my_2}{m+n}$ が成り立つ。

また，外分点についても，同様に考えることができる。

以上より，次のことが成り立つ。

座標平面上の内分点・外分点の座標

2点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ に対して

線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は $\left(\dfrac{nx_1+mx_2}{m+n},\ \dfrac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$

線分 AB を $m:n$ に外分する点の座標は $\left(\dfrac{-nx_1+mx_2}{m-n},\ \dfrac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$

とくに，線分 AB の中点の座標は $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\ \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

例 点 $A(3,\ 2)$，$B(1,\ -1)$ に対して

線分 AB を $1:2$ に内分する点 P の座標は，$P(x,\ y)$ とすると

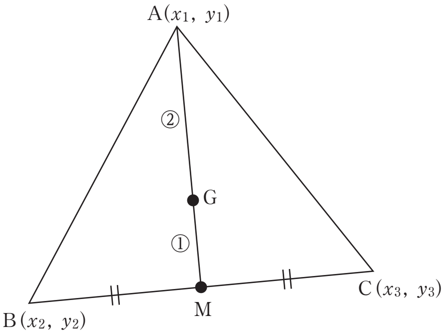
$$x=\frac{\qquad}{\qquad}=\frac{7}{3},\quad y=\frac{\qquad}{\qquad}=\frac{3}{3}=1\quad より\quad P\left(\frac{7}{3},\ 1\right)$$

線分 AB を $2:5$ に外分する点 Q の座標は，$Q(x,\ y)$ とすると

$$x=\frac{\qquad}{\qquad}=\frac{13}{3},\quad y=\frac{\qquad}{\qquad}=\frac{12}{3}=4\quad より\quad Q\left(\frac{13}{3},\ 4\right)$$

3点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，$C(x_3,\ y_3)$ を頂点とする △ABC の重心 G の座標を求める。

辺 BC の中点 M の座標は $\left(\qquad,\qquad\right)$



重心 G は，中線 AM を $2:1$ に内分する点であるから，

その x 座標は $\dfrac{\qquad}{\qquad}=\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}$

同様に，y 座標は

よって，重心 G の座標は $\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

2　3点 A(2, −2)，B(5, 4)，C(−1, 3) について，次のものを求めよ。

(1)　線分 AB の長さ
(2)　線分 AB を 2：1 に内分する点の座標
(3)　線分 AB を 1：3 に外分する点の座標
(4)　△ABC の重心の座標

Point Pickup

座標平面上の 2 点間の距離

2 点 A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2) 間の距離は　$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

座標平面上の内分点・外分点の座標

2 点 A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2) に対して

線分 AB を $m：n$ に内分する点の座標は $\left(\dfrac{nx_1+mx_2}{m+n}, \dfrac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$

線分 AB を $m：n$ に外分する点の座標は $\left(\dfrac{-nx_1+mx_2}{m-n}, \dfrac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$

三角形の重心の座標

3 点 A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2)，C(x_3, y_3) を頂点とする △ABC の重心 G の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

第 5 講　PART2 確認問題

3 点 A(0, 5)，B(6, 3)，C(3, 7) について，次のものを求めよ。

1　線分 AB の長さ　$\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$

2　線分 AB を 1：2 に内分する点の座標

$$\left(\boxed{\text{エ}},\ \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)$$

3　線分 AB を 3：1 に外分する点の座標

$$\left(\boxed{\text{ク}},\ \boxed{\text{ケ}}\right)$$

4　△ABC の重心の座標

$$\left(\boxed{\text{コ}},\ \boxed{\text{サ}}\right)$$

PART2 座標平面上の点

2 3 点 A(2, −2), B(5, 4), C(−1, 3) について，次のものを求めよ。

(1) 線分 AB の長さ

(2) 線分 AB を 2：1 に内分する点の座標

(3) 線分 AB を 1：3 に外分する点の座標

(4) △ABC の重心の座標

[解答]

(1) $AB=\sqrt{(5-2)^2+\{4-(-2)\}^2}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

(2) $\left(\dfrac{1\cdot 2+2\cdot 5}{2+1},\ \dfrac{1\cdot(-2)+2\cdot 4}{2+1}\right)$ より (4, 2)

(3) $\left(\dfrac{3\cdot 2+(-1)\cdot 5}{-1+3},\ \dfrac{3\cdot(-2)+(-1)\cdot 4}{-1+3}\right)$ より $\left(\dfrac{1}{2},\ -5\right)$

(4) $\left(\dfrac{2+5-1}{3},\ \dfrac{-2+4+3}{3}\right)$ より $\left(2,\ \dfrac{5}{3}\right)$

第 5 講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イウ：10

[解説]

2 点 A(0, 5)，B(6, 3) 間の距離は

$$AB=\sqrt{(6-0)^2+(3-5)^2}$$ [A]

$$=\sqrt{6^2+(-2)^2}=\sqrt{40}=\mathbf{2\sqrt{10}}$$

[A]　2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ 間の距離は
$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

2

[正解] エ：2，オカ：13，キ：3

[解説]

線分 AB を 1：2 に内分する点の座標は

$$\left(\frac{2\cdot0+1\cdot6}{1+2},\ \frac{2\cdot5+1\cdot3}{1+2}\right)$$ [B]

これより　$\left(\mathbf{2},\ \mathbf{\frac{13}{3}}\right)$

[B]　2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ に対して，線分 AB を $m：n$ に内分する点の座標は
$$\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\ \frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$$

3

[正解] ク：9，ケ：2

[解説]

線分 AB を 3：1 に外分する点の座標は

$$\left(\frac{-1\cdot0+3\cdot6}{3-1},\ \frac{-1\cdot5+3\cdot3}{3-1}\right)$$ [C]

これより　**(9, 2)**

[C]　2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ に対して，線分 AB を $m：n$（ただし，$m\neq n$）に外分する点の座標は
$$\left(\frac{-nx_1+mx_2}{m-n},\ \frac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$$

4

[正解] コ：3，サ：5

[解説]

△ABC の重心の座標は

$$\left(\frac{0+6+3}{3},\ \frac{5+3+7}{3}\right)$$ [D]

これより　**(3, 5)**

[D]　3 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，$C(x_3,\ y_3)$ を頂点とする △ABC の重心の座標は
$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$